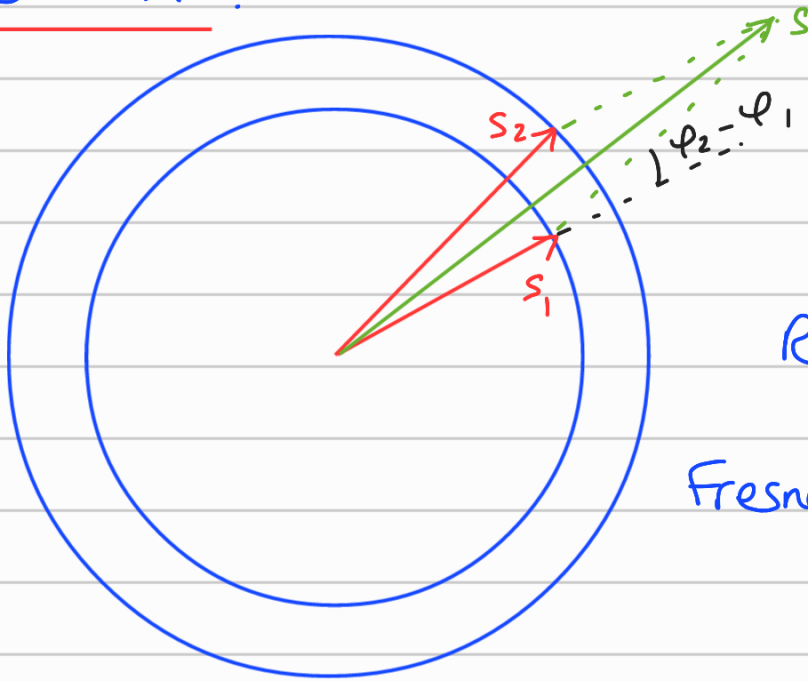


DN3 correction

Partie 1 :

Q1. a)



Représentation de
Fresnel des 2 signaux

D'après la formule d'Al Kashi :

$$S^2 = S_1^2 + S_2^2 - 2S_1S_2 \cos(\pi - (\varphi_2 - \varphi_1))$$

Soit $S^2 = S_1^2 + S_2^2 + 2S_1S_2 \cos \Delta\varphi$

Q1. b) S est minimale lors $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1$
Cela correspond donc à $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$

$\Rightarrow s_1$ et s_2 en opposition de phase

Q2. $\Delta t = \frac{d-l}{c}$

AN: $\Delta t = \frac{(5,0 - 1,0) \cdot 10^{-2}}{340} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ s} = \underline{\underline{0,12 \text{ ms}}}$

Q3. Il y a interférence en Ω si les 2 ondes sont synchrones (= de même fréquence).

Q4. $p_1(x, t) = P_1 \cos(\omega(t - \frac{x}{c}) + p_{10})$

$$P_1(d, t) = P_1 \cos\left(\omega\left(t - \frac{d}{c}\right) + \varphi_{1,0}\right)$$

Q5. $P_2(y, t) = P_2 \cos\left(w\left(t - \frac{y}{c}\right) + \varphi_{20}\right)$

$$P_2(l, t) = P_2 \cos\left(\omega\left(t - \frac{l}{c}\right) + \varphi_{20}\right)$$

Q6. Il y a interférence destructive en Π si

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pi + 2m\pi$$

Avec $\varphi_2 =$ phase du signal s_2 en n
 $\varphi_1 = \underline{\hspace{8cm}}$ s_1 en n

Soln: $\phi_1 = \omega t + \phi_{10} - \frac{\omega d}{c}$ $\phi_2 = \omega t + \phi_{20} - \frac{\omega l}{c}$

$$\Rightarrow \varphi_{20} - \varphi_{10} - \frac{\omega}{c}(\ell - d) = \pi + 2m\pi$$

$$\varphi_{20} - \varphi_{10} = \pi + 2m\pi + \frac{\omega}{c}(l-d)$$

or $\omega = 2\pi \cdot f$

$$\Rightarrow \varphi_{20} - \varphi_{10} = 2\pi \left(m + \frac{1}{2} + \frac{f}{c}(l-d) \right)$$

Q7 Pour $m=0$: $\varphi_{20} - \varphi_{10} = \pi + \frac{2\pi f}{c}(l-d)$

AN : $\varphi_{20} - \varphi_{10} = \pi + \frac{2\pi \cdot 100}{340} (1,0 - 5,0) \cdot 10^{-2}$

$\varphi_{20} - \varphi_{10} = \underline{3,1 \text{ rad}} = \underline{175^\circ}$

Partie II

Q8. L'onde incidente se propage dans le sens des x croissants :

$$P_i(x,t) = P_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi_i\right)$$

Q9. L'onde réfléchiée se propage dans le sens des x décroissants :

$$P_r(x,t) = P_0 \cos\left(\omega\left(t + \frac{x}{c}\right) + \varphi_r\right)$$

Q10. $P_{\text{tot}}(x,t) = P_i(x,t) + P_r(x,t)$

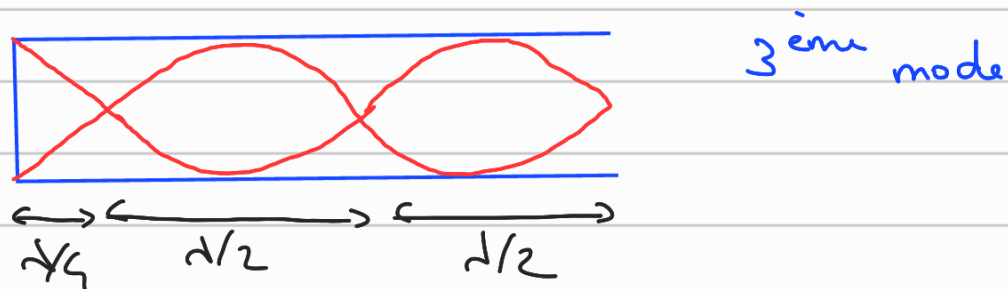
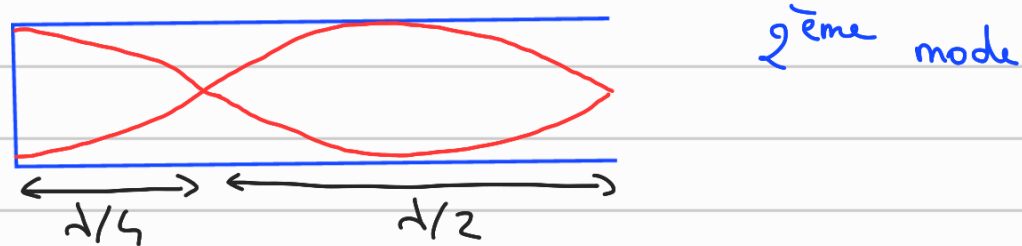
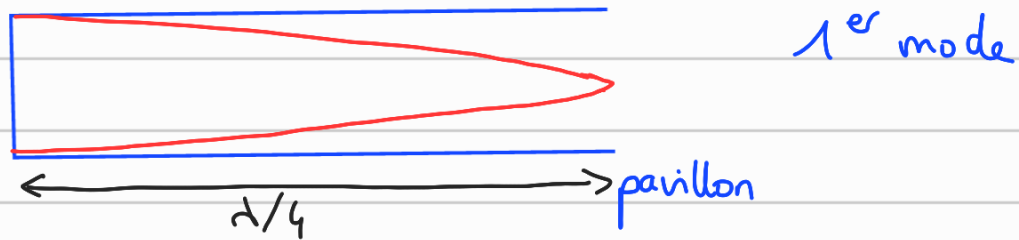
$$= P_0 \left(\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi_i\right] + \cos\left[\omega\left(t + \frac{x}{c}\right) + \varphi_r\right] \right)$$

or $\cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

$$P_{\text{tot}}(x,t) = 2P_0 \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_i + \varphi_r}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega x}{c} + \frac{(\varphi_r - \varphi_i)}{2}\right)$$

$A = 2P_0$	$\varphi = \frac{\varphi_i + \varphi_r}{2}$	$\psi = \frac{\varphi_r - \varphi_i}{2}$
------------	---	--

Q11. Pour respecter les conditions aux limites :



On a donc $L = \frac{\lambda}{4} + \text{un nombre entier de } \frac{\lambda}{2}$

Soit
$$L = \frac{\lambda}{4} + n \frac{\lambda}{2}$$

Pour $n = 0$ $L = \frac{\lambda}{4}$ soit $\lambda = 4L = \frac{c}{f}$

$\Rightarrow f = \frac{c}{4L}$ AN: $f = \frac{340}{4 \cdot 1,40} = \underline{61 \text{ Hz}}$

Q12. a) A l'embouchure $x = 0$ et l'amplitude est maximale. Or l'amplitude est donnée par $2P_0 \cos(kx + \psi)$.

$\Rightarrow$ En $x = 0$ l'amplitude vaut $|2P_0 \cos \psi|$, elle est maximale pour $\psi = n\pi$, donc $\psi = 0$ convient.

b) En $x = L$ l'amplitude est nulle
Soit $2P_0 \cos(kL) = 0$

$$\Rightarrow k_n L = (2n+1) \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + n\pi$$

c) On a la relation $k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda_n} \cdot L = \frac{\pi}{2} + n\pi$

$$\boxed{L = \lambda_n \left(\frac{1}{4} + \frac{n}{2} \right)} \quad \left(f_n = \frac{c}{2L} \left(n + \frac{1}{2} \right) \right)$$

Q13.

$$\begin{cases} f'_0 = \frac{f_0}{2^{3/12}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f'_0 = \frac{c}{\lambda'_0} = \frac{c}{4L'} \end{cases}$$

avec $L' =$ longueur
totale (coulisse + tuyau)
"L"

$$\Rightarrow \frac{c}{4L'} = \frac{f_0}{2^{3/12}} \quad \text{or} \quad f_0 = \frac{c}{4L}$$

$$\frac{c}{L'} = \frac{c}{L} \frac{1}{2^{3/12}}$$

$$L' = c \left(\frac{L \cdot 2^{3/12}}{c} \right) = L \cdot 2^{3/12}$$

$$\boxed{L_{\text{coulisse}} = L' - L = L \left(2^{3/12} - 1 \right)}$$

$$\text{AN : } L_{\text{coulisse}} = 1,40 \left(2^{3/12} - 1 \right) = 0,26 \text{ m} \\ = \underline{\underline{26 \text{ cm}}}$$

Exercice 2 :

Partie I :

Q1 a) $[u] = L$

$$[x] = L$$

$$[t] = T$$

$$\Rightarrow \frac{L}{L^2} = \frac{L}{[A] \cdot T^2} = L^{-1}$$

$$\boxed{[A] = L^2 T^{-2}}$$

b) $[A] = [T]^a \cdot [\mu]^b$

or $[T] = \Pi \cdot L \cdot T^{-2}$ et $[\mu] = \Pi \cdot L^{-1}$

$$\Rightarrow [A] = \Pi^a L^a T^{-2a} \cdot \Pi^b L^{-b} = \Pi^{a+b} L^{a-b} T^{-2a}$$

Par identification :

$$\begin{cases} a-b=2 \\ a+b=0 \\ -2a=-2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} a &= -b = 1 \\ b &= -1 \end{aligned}$$

c) $[\sqrt{A}] = L \cdot T^{-1}$ donc $\sqrt{A}$ est homogène à une vitesse.

Q2. On calcule les dérivées présentes dans l'équation de d'Alembert :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_0 \cdot \frac{n\pi}{L} \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi ct}{L}\right)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -u_0 \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi ct}{L}\right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u_0 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \left(\frac{n\pi c}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi ct}{L}\right)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -u_0 \left(\frac{n\pi c}{L}\right)^2 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi ct}{L}\right)$$

⇒ On injecte dans l'équation de d'Alembert :

$$-u_0 \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi ct}{L}\right) - \frac{1}{A} \cdot (-u_0) \left(\frac{n\pi c}{L}\right)^2$$

$$\times \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi ct}{L}\right) = 0$$

$$-u_0 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi ct}{L}\right) \left[\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 - \frac{1}{A} \left(\frac{n\pi c}{L}\right)^2 \right] = 0$$

ce qui est vrai $\forall x$ et $\forall t$

$$\text{si } \frac{c^2}{A} = 1 \Rightarrow \boxed{c = \sqrt{A}} \quad (\text{racine positive})$$

Q3. On a montré que $c^2 = T\mu^{-1}$

$$\Rightarrow c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$L = \frac{\lambda}{2} = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \cdot \frac{1}{f} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 4L^2 \cdot f^2 = \frac{T}{\mu}$$

$$\boxed{T = 4L^2 f^2 \mu}$$

$$\text{AN: } T = 4 \cdot 0,642^2 \cdot 329,5^2 \cdot 6,1 \cdot 10^{-3} = \underline{1,1 \cdot 10^3 \text{ N}}$$

$$\text{Q4. } L = \sqrt{\frac{T}{4f^2\mu}} = \frac{1}{2f} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

L est inversement proportionnelle à f
 $\Rightarrow$ si f est multipliée par 2 L est
divisée par 2 : $L' = \frac{L}{2}$ soit $\underline{L' = 0,321 \text{ m}}$

Q5. En différenciant l'expression précédente
on a $\Delta T = 4L^2 \cdot 2f \Delta f \cdot \mu$

$$\text{Soit } \Delta T = 8L^2 f \mu \cdot \Delta f$$

$$\text{AN: } \Delta T = 8 \cdot 0,642^2 \cdot 329,5 \cdot 6,1 \cdot 10^{-3} \cdot 20 = \underline{1,3 \cdot 10^2 \text{ N}}$$

Partie II

Q6. La portion de corde entre x et $x+dx$ possède l'énergie cinétique :

$$d\bar{E}_c = \frac{1}{2} dm v^2$$

avec dm = masse de la portion de corde comprise entre x et $x+dx$, qui vaut $dm = \mu dx$

et v = vitesse du point d'abscisse x que l'on détermine en dérivant $u(x,t)$:

$$v = \frac{du(x,t)}{dt} = u_0 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot \left(\frac{n\pi c}{L}\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi ct}{L}\right)$$

$$\Rightarrow d\bar{E}_c = \frac{1}{2} \mu \cdot u_0^2 \left(\frac{n\pi c}{L}\right)^2 \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot \cos^2\left(\frac{n\pi ct}{L}\right) dx$$

Q7. En sommant sur toute la corde : $E_c = \int d\bar{E}_c$

$$E_c = \frac{1}{2} \mu u_0^2 \left(\frac{n\pi c}{L}\right)^2 \cos^2\left(\frac{n\pi ct}{L}\right) \int_0^L \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$$

$$\text{Or } \sin^2(a) = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

$$\Rightarrow E_c = \frac{1}{4} \mu u_0^2 \left(\frac{n\pi c}{L}\right)^2 \cos^2\left(\frac{n\pi ct}{L}\right) \int_0^L \left[1 - \cos\left(\frac{2n\pi x}{L}\right)\right] dx$$

$$E_c = \frac{1}{4} \mu u_0^2 \left(\frac{n\pi c}{L} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right) \left[x - \frac{L}{2n\pi} \sin \left(\frac{2n\pi x}{L} \right) \right]_0^L$$

$$E_c = \frac{1}{4} \mu u_0^2 \left(\frac{n\pi c}{L} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right) (L - 0 - 0 + 0)$$

$$E_c = \frac{1}{4} \mu u_0^2 \frac{n^2 \pi^2 c^2}{L} \cdot \cos^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right)$$

En identifiant avec l'expression fournie on a :

$$C_n = \frac{\mu u_0^2 n^2 \pi^2 c^2}{4L}$$

$$\text{or } c = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow c^2 = \frac{T}{\mu}$$

$$C_n = \frac{\mu n^2 \pi^2 T}{4L}$$

$$Q8. \quad E_p = \int_0^L dE_p$$

Pour calculer dE_p il faut exprimer $\frac{\partial u}{\partial x}$:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_0 \left(\frac{n\pi}{L} \right) \cdot \cos \left(\frac{n\pi x}{L} \right) \cdot \sin \left(\frac{n\pi ct}{L} \right)$$

$$\text{D'où } dE_p = \frac{1}{2} \mu u_0^2 \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{n\pi x}{L} \right) \sin^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right) dx$$

$$\text{Soit } E_p = \frac{1}{2} \mu u_0^2 \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right) \int_0^L \cos^2 \left(\frac{n\pi x}{L} \right) dx$$

$$\text{De même } \cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

$$E_p = \frac{1}{4} \mu u_0^2 \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right) \int_0^L \left(1 + \cos \frac{2n\pi x}{L} \right) dx$$

$$E_p = \frac{1}{4} \mu u_0^2 \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right) \left[x - \frac{L}{2n\pi} \sin \frac{2n\pi x}{L} \right]_0^L$$

$$E_p = \frac{L}{4} \mu u_0^2 \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right)$$

Q9. L'énergie totale de la corde est

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{4} \mu u_0^2 \frac{n^2 \pi^2 c^2}{L} \cdot \cos^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right) + \frac{L}{4} \mu u_0^2 \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right)$$

qui ne peut être constant que si

$$\frac{\mu u_0^2 n^2 \pi^2 c^2}{4L} = \frac{L}{4} u_0^2 \frac{n^2 \pi^2}{L}$$

pour pouvoir factoriser et utiliser la propriété $\cos^2 + \sin^2 = 1$

$\Rightarrow$

$$\alpha = \mu \cdot c^2$$

Q10

$$E_n = \frac{\mu u_0^2 \pi^2 c^2 n^2}{4L}$$

L'énergie est proportionnelle au carré du mode.

Plus n est grand, plus la corde présente des fuseaux, plus elle possède de l'énergie.

Q11. $dE_n = dE_c + dE_p =$

$$\frac{1}{2} \mu \cdot u_0^2 \left(\frac{n\pi c}{L} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{n\pi x}{L} \right) \cdot \cos^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right) dx$$
$$+ \frac{1}{2} \alpha u_0^2 \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{n\pi x}{L} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right) dx$$

$$= \frac{1}{2} \mu \frac{n^2 \pi^2 c^2 u_0^2}{L^2} \left(\sin^2 \left(\frac{n\pi x}{L} \right) \cdot \cos^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right) + \cos^2 \left(\frac{n\pi x}{L} \right) \cdot \sin^2 \left(\frac{n\pi ct}{L} \right) \right) dx$$

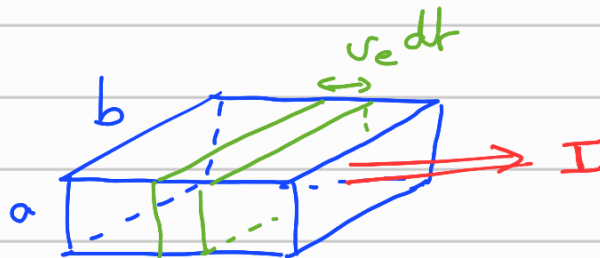
$\Rightarrow$ Elle dépend du temps donc n n'est pas constante. Cela s'explique par le fait que les différents morceaux échangent sans cesse de l'énergie entre eux. Seule l'énergie totale est conservée.

Exercice 3 :

Q1. Non relativiste signifie que leur vitesse est très inférieure à c .

Q2. $I = \frac{dq}{dt}$

avec dq = quantité d'électricité qui traverse la section de conducteur pendant la durée dt = charge contenue dans le volume $a.b.v_e dt$.



$$dq = n_e \cdot e \cdot a \cdot b \cdot v_e dt$$

$$\Rightarrow I = n_e e \cdot a \cdot b \cdot v_e$$

Q3. On applique le PFD au système {électron} dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$m\vec{a} = \vec{F}_e + \vec{F}_p$$

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - \alpha \vec{v}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{e}{m} \vec{E} - \frac{\alpha}{m} \vec{v}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\alpha}{m} \vec{v} = -\frac{e}{m} \vec{E}$$

On pose $\frac{\alpha}{m} = \frac{1}{\tau}$

$$\boxed{\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = -\frac{e}{m} \vec{E}}$$

Q4. Le courant électrique est dans le sens de déplacement des charges positives.
 Pour les électrons $q = -e < 0$ donc $\vec{v}$ est de sens opposé à I .

Ici on a donc

$$\boxed{\vec{v} = -v \vec{u}_x}$$

Q5. Pour des porteurs de charge positive $\vec{v}$ est dans le sens de I .

$$\boxed{\vec{v} = v \vec{u}_x}$$

Q6. $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

Q7. $P_m = \vec{F}_m \cdot \vec{v} = (q\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0$

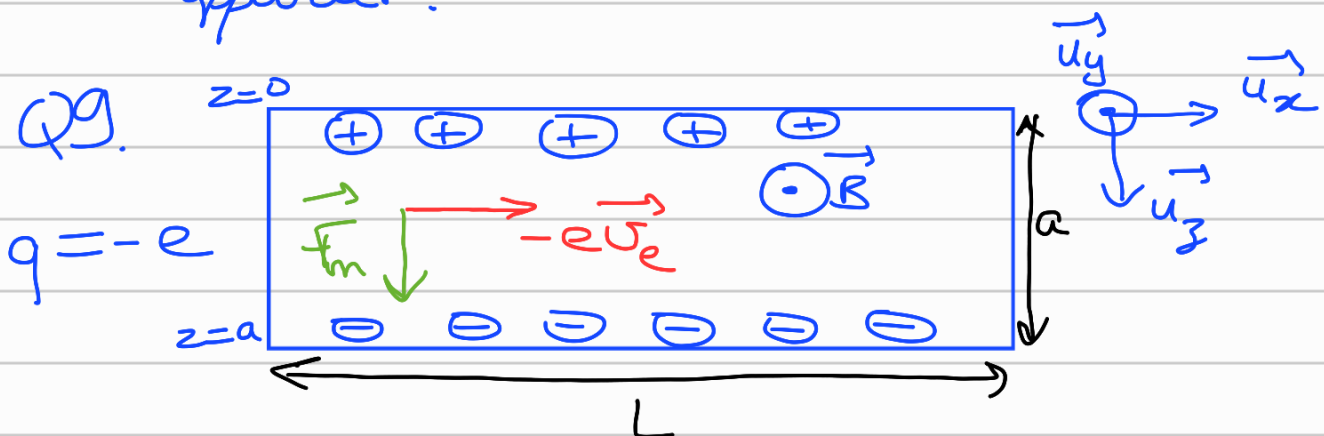
car $\vec{v} \wedge \vec{B}$ est orthogonal à $\vec{v}$.

D'après le théorème de la puissance cinétique $\frac{dE_c}{dt} = P_m = 0$

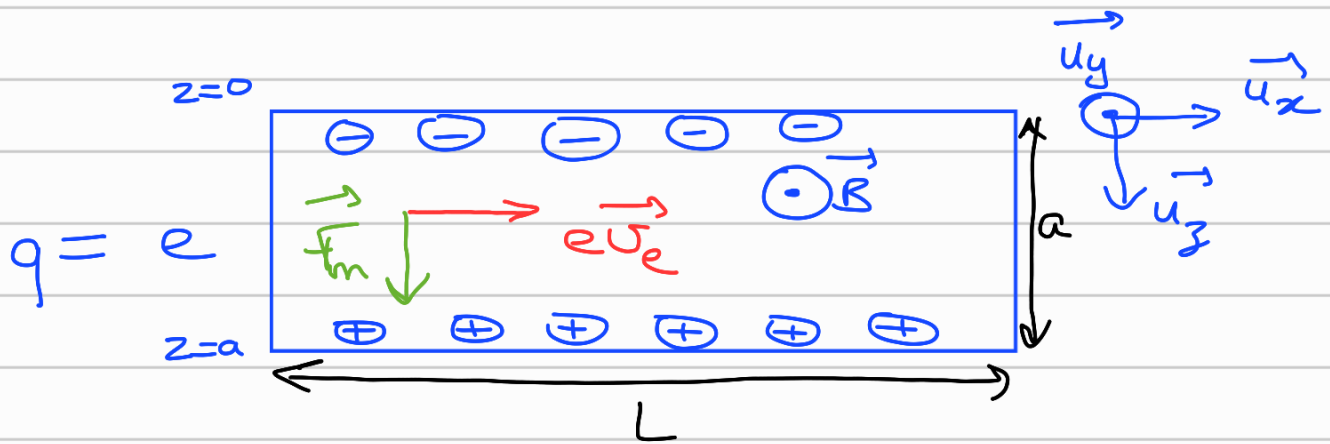
$\Rightarrow E_c = \text{cte}$ le mouvement est uniforme.

Q8. Un porteur de charge va donc subir une force perpendiculaire à $\vec{v}$ et à $\vec{B}$, donc dirigée selon $\vec{u}_y$.

les porteurs de charge vont donc s'accumuler sur les faces inférieure et supérieure du conducteur ($z=0$ et $z=a$), ce qui génère une différence de potentiel électrique entre les 2 faces = une tension apparaît.



(le conducteur reste globalement neutre donc si les électrons se déplacent sur la face inférieure il apparaît un excédent de charge positive sur la face supérieure)



Q10 Si on relie la masse du voltmètre à la face inférieure et la borne de mesure à la face supérieure on mesure une tension u .

- Si $u > 0$ les porteurs sont de charge positive.
- si $u < 0$ les porteurs sont de charge négative.

$\Rightarrow$ le signe de u renseigne sur le signe de la charge des porteurs.

Q11. le champ électrique va des charges $\oplus$ vers les charges $\ominus$ donc $\vec{E}_H$ est dirigé selon $+\vec{u}_z$: $\vec{E}_H = E_H \vec{u}_z$ avec $E_H > 0$

Q12. D'après la 1^{ère} loi de Newton, si un électron est en mouvement rectiligne uniforme, la résultante des

forces qu'il subit est nulle :

En notant $\vec{F}_H$ la force générée par le champ de Hall. $\vec{F}_H = -e\vec{E}_H$

$$\underbrace{\vec{F}_d + \vec{F}_j}_{\text{colinéaire à } \vec{u}_x} + \underbrace{\vec{F}_m + \vec{F}_H}_{\text{colinéaire à } \vec{u}_y} = \vec{0}$$

Dans la direction $\vec{u}_y$ on a :

$$-e\vec{v}_e \wedge \vec{B} - e\vec{E}_H = \vec{0}$$

$$\vec{E}_H = -\vec{v}_e \wedge \vec{B}$$

$$Q13. \quad \vec{E}_H \vec{u}_y = -(-v_e \vec{u}_x) \wedge B_0 \vec{u}_y$$

$$\boxed{E_H = v_e B_0}$$

$$\text{Or } I = n_e e . a . b . v_e$$

$$\Rightarrow v_e = \frac{I}{n_e . e . a . b}$$

$$E_H = \frac{B_0 I}{n_e e a b}$$

Q 14 $U_H = - \int_{z=0}^{z=a} \frac{B_0 I}{n_e e a b} \cdot \vec{u}_z \cdot (dx \vec{u}_x + dy \vec{u}_y + dz \vec{u}_z)$

$$U_H = - \frac{B_0 I}{n_e e a b} \cdot \int_{z=0}^{z=a} dz$$

$$U_H = - \frac{B_0 I}{n_e e b}$$

Remarque : on a bien $U_H < 0$ pour des porteurs négatifs.

Q15. Pour des porteurs positifs : $\vec{u}_p = u_p \vec{u}_x$
et $\vec{E}_H = -E_H \vec{u}_z$ (voir schéma Q9)

Avec le même raisonnement qu'en Q14 :

$$\vec{F}_m + \vec{F}_H = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow e u_p \vec{u}_x \wedge B_0 \vec{u}_y - e E_H \vec{u}_z = \vec{0}$$

$$e u_p B_0 \vec{u}_z = e E_H \vec{u}_z$$

$$E_H = u_p \cdot B_0 = \frac{I B_0}{n_p e a b}$$

et $U_H = - \int_{z=0}^{z=a} - \frac{I B_0}{n_p e a b} dz = \frac{B_0 I}{n_p e b}$

Q16. $n_e = n_{\text{atomes}} / \text{m}^3$ car chaque atome libère 1 électron de conduction.

$$n_e = \frac{N}{V} = \frac{n \cdot dA}{V} = \frac{n}{\pi} \frac{dA}{V} = \frac{e dA}{\pi}$$

$$\text{AN: } n_e = \frac{8,9 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{635 \cdot 10^{-3}} = 8,4 \cdot 10^{28} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$U_H = \frac{-0,1 \cdot 0,1}{8,4 \cdot 10^{28} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}} = -3,7 \cdot 10^{-9} \text{ V}$$

Cette valeur est trop faible pour être mesurée expérimentalement.

Q17. Pour le germanium :

$$U_H = - \frac{0,1 \cdot 0,1}{7 \cdot 10^{22} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

Cette valeur reste faible mais elle est tout à fait mesurable expérimentalement.